

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

Realiza una de las dos opciones, A o B.

OPCIÓN A

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} (a+2)x - y - az = -a \\ (-a-2)x + 2y + (a^2 - a)z = 3a - 1 \\ (a+2)x - 2y + (2-2a)z = -2a \end{cases} \quad (3 \text{ puntos})$$

A2) Dadas las siguientes rectas:

$$r \equiv \begin{cases} 2x + y - 2z - 1 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases} \quad s \equiv \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$$

calcula la ecuación de un plano π paralelo a la recta r y que diste de s 3 unidades. (2 puntos)

A3) Calcula la derivada de las siguientes funciones y simplifica el resultado:

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}} \quad (1 \text{ punto})$$

$$g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^{-x} \quad (1 \text{ punto})$$

A4) Demuestra que existe $\alpha \in (-1, 3)$ tal que $f'(\alpha) = -\frac{1}{4}$, siendo

$$f(x) = [x^2 + \log(x^2 - 2x + 7)]^{\sqrt[3]{\frac{3-x}{4}}}$$

Menciona los resultados teóricos empleados y justifica su uso.

(3 puntos)

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

Realiza una de las dos opciones, A o B.

OPCIÓN B

B1) Resuelve la ecuación matricial $X \cdot A^{35} = A^{25}$ teniendo en cuenta que A es la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(2 puntos)

B2) $P \equiv (1, -1, 1)$, $Q \equiv (5, -3, 5)$ y $R \equiv (7, -7, 1)$ son tres vértices de una cara de un cubo. Calcula las coordenadas del centro de dicho cubo.

(3 puntos)

B3) Demuestra que existe $\alpha \in (1, 3)$ tal que $f(\alpha) = 0$, siendo

$$f(x) = \frac{\ln \left[x - 1 + \sin^2 \left(\frac{\pi x}{4} \right) \right]}{4x - x^2}$$

Menciona los resultados teóricos empleados y justifica su uso.

(2 puntos)

B4) Encuentra los dos puntos en que se cortan las gráficas de las funciones $f(x) = 5 - x$ y $g(x) = \frac{2}{x-2}$ y calcula el área de la región del plano encerrada entre ambas gráficas.

(3 puntos)

Criteria generales

La duración de la prueba es de 90 minutos. Se calificará de 0 a 10 puntos, redondeando a cuartos de punto.

- Se debe responder exclusivamente a las preguntas de una de las dos opciones (A o B). Si alguien responde a cuestiones de las dos opciones, la nota final será **la peor** de las dos puntuaciones obtenidas.
- Se tendrá en cuenta el planteamiento seguido para la resolución del problema y la claridad en la exposición. Si es pertinente, se valorará la referencia a los resultados teóricos usados.
- Para la penalización de los errores en los cálculos, se tendrá en cuenta:
 - si son consecuencia de no haber seguido el procedimiento más adecuado.
 - si reflejan fallos de concepto.
 - si producen simplificaciones relevantes.
 - si ocurren con reiteración.

Criteria específicos

A1) Se valorará con 2 puntos la discusión completa, 0,5 puntos la solución del caso compatible determinado y 0,5 puntos la del caso compatible indeterminado.

A4) Se valorará sobre 1 punto la mención justificada del teorema utilizado, haciendo referencia al cumplimiento de las hipótesis requeridas, y sobre 2 puntos los cálculos y la argumentación usados para su aplicación en la demostración de la existencia del punto pedido.

B2) Se puede obtener la máxima puntuación aunque se halle sólo uno de los dos centros posibles.

B3) Se valorará sobre 1 punto la mención justificada del teorema utilizado, haciendo referencia al cumplimiento de las hipótesis requeridas, y sobre 1 punto los cálculos y la argumentación usados para su aplicación en la demostración de la existencia del punto pedido.

B4) Se valorará con 0.5 puntos la obtención de los puntos de corte, con 0,5 puntos el dibujo de la gráfica (aunque no sea muy detallado) y con 2 puntos el cálculo del área. Si la resolución es correcta, se puede obtener la puntuación máxima aunque no se incluya el dibujo.